

【補足資料】

# 信用リスクの計量化

— 共倒れの可能性を考慮する

## (1) 1ファクター・モデル

- 個別債務者の信用状態に影響を与える「1つの共通要因」(景気、金利、為替等)の存在を仮定。

### 個別債務者(i)の信用状態

$$Z_i = a_i X + \sqrt{1 - a_i^2} Y_i$$

感応度  
(追随率)

共通要因

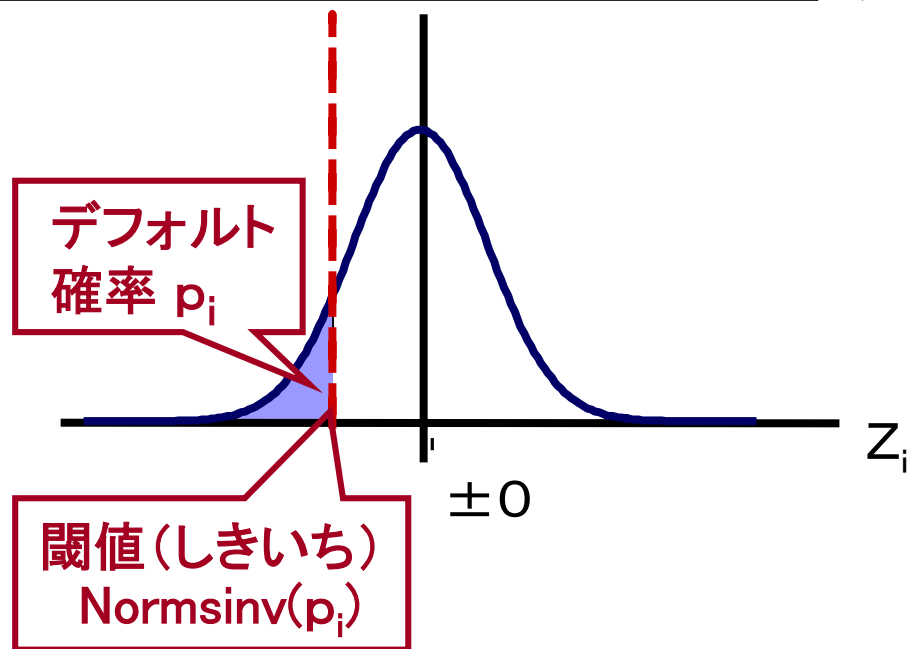
固有要因

- $X$ 、 $Y_i$ は互いに独立な標準正規分布にしたがう。  
⇒  $Z_i$  も標準正規分布にしたがう。
- $Z_i$  の  $X$  に対する感応度(追随率)を  $a_i$  と仮定する。  
⇒  $Z_i$  と  $Z_j$  の相関は  $a_i a_j$  となる。
- $a_i$ 、 $a_j$  が1に近い  
⇒ 債務者iと債務者jの「デフォルト相関」( $a_i a_j$  : 共倒れの可能性)も高まり、1に近い値をとる。

## 個別債務者 (i) の信用状態

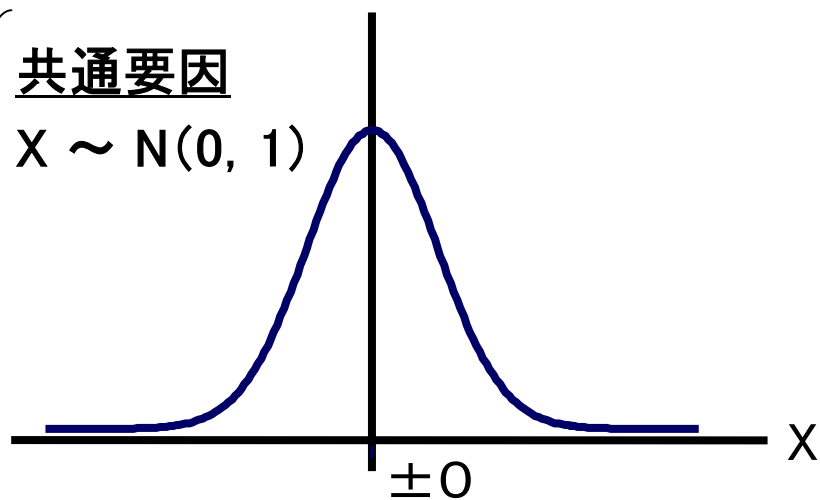
$$Z_i \sim N(0, 1)$$

$$Z_i = a_i X + \sqrt{1 - a_i^2} Y_i$$



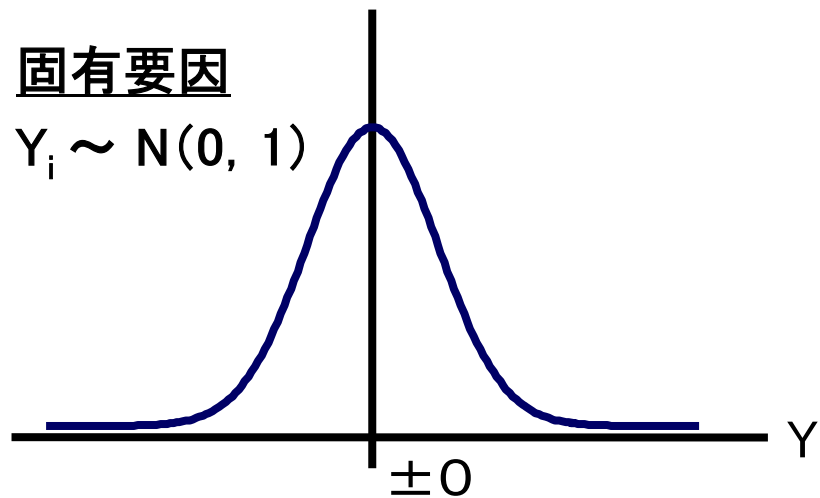
### 共通要因

$$X \sim N(0, 1)$$



### 固有要因

$$Y_i \sim N(0, 1)$$



○: デフォルト(損失)が発生した箇所

	X	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9	Z10
a	—	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
金額	—	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	10	10	10	100
確率	—	0.5	0.5	0.5	0.1	0.1	0.01	0.1	0.1	0.01	0.01
閾値	—	0.000	0.000	0.000	-1.282	-1.282	-2.326	-1.282	-1.282	-2.326	-2.326

試行	乱数X	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9	Z10
1	-0.106	-0.683	1.890	-0.346	0.657	-0.720	-0.345	-0.727	-1.231	-0.835	-1.047
2	-1.419	0.386	-0.979	0.230	-0.788	0.343	-1.836	0.224	-0.052	0.825	-0.371
3	0.010	0.914	2.001	-0.830	-0.535	1.671	-0.460	-1.478	-0.571	0.728	0.965
4	0.939	0.508	0.694	-1.041	0.616	1.850	1.173	-0.562	0.091	0.328	1.136
5	-1.018	-0.557	-1.208	-1.710	0.648	0.214	1.134	0.041	-0.149	-1.929	-0.460
6	-1.889	-0.821	-1.786	-0.169	0.012	-0.383	-1.385	-2.541	-0.944	-0.358	-1.779
7	-1.611	0.545	-0.264	0.164	-2.471	-0.806	0.271	-1.459	-1.920	0.703	-0.364
8	1.349	-1.542	1.111	1.053	2.497	1.164	-0.119	-0.675	0.297	0.563	0.443
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

試行		L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	損失計
1		0.1	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.200
2		0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.100
3		0.0	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	10.0	0.0	0.0	0.0	10.100
4		0.0	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.100
5		0.1	0.1	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.300
6		0.1	0.1	0.1	0.0	0.0	0.0	10.0	0.0	0.0	0.0	10.300
7		0.0	0.1	0.0	0.1	0.0	0.0	10.0	10.0	0.0	0.0	20.200
8		0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.100
⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

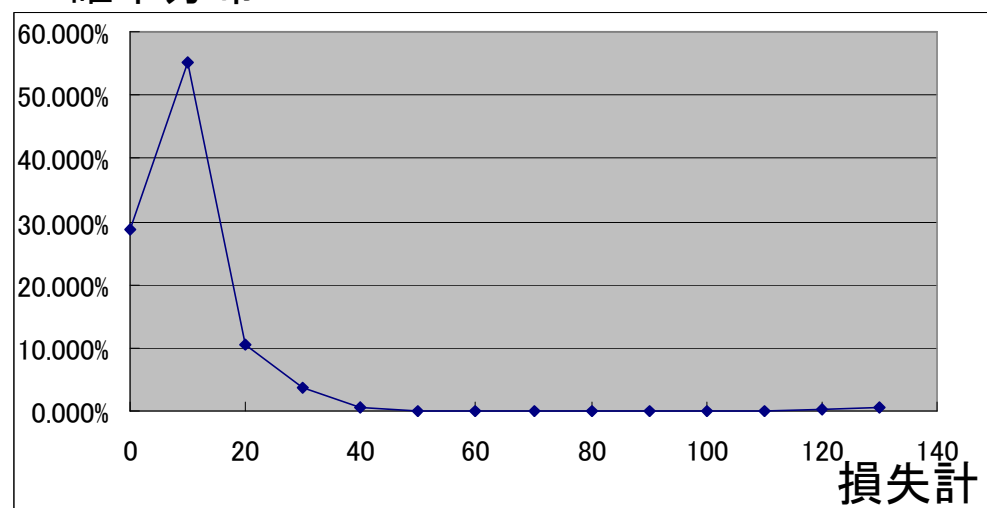
## シミュレーション結果(試行回数:1万回)

損失計	確率	累計
0	28.850%	28.850%
~ 10	55.300%	84.150%
~ 20	10.650%	94.800%
~ 30	3.620%	98.420%
~ 40	0.430%	98.850%
~ 50	0.000%	98.850%
~ 60	0.000%	98.850%
~ 70	0.000%	98.850%
~ 80	0.000%	98.850%
~ 90	0.000%	98.850%
~ 100	0.000%	98.850%
~ 110	0.120%	98.970%
~ 120	0.300%	99.270%
~ 130	0.510%	99.780%
130超	0.220%	100.000%

	損失計
平均値	3.4

	パーセント点
90.00%	10.3
95.00%	20.2
99.00%	110.3
99.50%	120.5
99.90%	130.5
99.95%	130.6

確率分布



## (2) マルチ・ファクター・モデル(業種別)

- 個別債務者の信用状態に影響を与える「業種別要因」の存在を仮定。

### 個別債務者(i)の信用状態

$$Z_i = a_i X_{s(i)} + \sqrt{1 - a_i^2} Y_i$$

$X_{s(i)}$  : 債務者(i)の属する業種( $s(i)$ )の要因

### (3) 一般化マルチ・ファクターモデル

- 個別債務者の信用状態に影響を与える「複数の共通要因」の存在を仮定。

#### 個別債務者 (i) の信用状態

$$Z_i = a_{i1} X_1 + a_{i2} X_2 + \cdots + a_{iN} X_N \\ + \sqrt{1 - (a_{i1}^2 + a_{i2}^2 + \cdots + a_{iN}^2)} Y_i$$

$X_1 \sim X_N$ : 共通要因の例

- (1) マクロ経済 (景気、金利、為替等)
- (2) 業種
- (3) 地域

## 留意点

- 信用リスクについては、ポートフォリオ全体の管理を行う必要がある。このとき、「デフォルト相関」(共倒れの可能性)を計量化することが重要となる。
- 「デフォルト相関」の値により、信用リスクの計測値(VaR)は大きな影響を受ける。
- 「デフォルト相関」を直接、観測することはできない。様々な推計手法が提唱されている。

### ※ 最近の実証研究

早稲田大学大学院ファイナンス研究科教授 森平爽一郎

CRD協会副代表理事 CRD研究所所長 瀬尾純一郎

CRD協会CRD研究所 主任アナリスト 佐藤隆行

「わが国初のデフォルト相関・共倒れリスクの推計 集中投資、与信リスクを管理し、  
バーゼルⅡを満たすリスクを計測」 2008年金融財政事情7.21号

日本銀行金融機構局 橋本崇

「与信ポートフォリオの信用リスク計量における資産相関について—本邦のデフォルト  
実績データを用いた実証分析—」日本銀行ワーキングペーパーシリーズ2008年6月